UNIVERSITATEA DE VEST DIN TIMIŞOARA
MATEMATICĂ

ASUPRA COMPORTAMENTULUI ASIMPTOTIC AL UNOR ANUMITE CLASE DE ECUAŢII DE EVOLUŢIE

REZUMATUL TEZEI DE ABILITARE

CANDIDAT:

conf. univ. dr. Ciprian-Ion PREDA

Universitatea de Vest din Timişoara

TIMIŞOARA
2017

REZUMAT

Prezenta teză conţine unele din cele mai importante rezultate publicate ale autorului în domeniul stabilităţii şi dichotomiei familiilor de evoluţie.

Prima parte a tezei, intitulată *Contribuţii ştiinţifice principale* este structurată în patru capitole, dintre care primul detaliază preocupările ştiinţifice ale autorului, un rezumat al tezei de doctorat şi aspecte asupra cercetării postodoctorale ale autorului.

Cel de-al doilea capitol, *Asupra stabilităţii ecuaţiilor de evoluţie semiliniare*, continuă abordarea iniţiată de O. Perron, [97], pentru ecuaţii de evoluţie neauntonome semiliniare de forma

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + f(t, x(t)) \ .$$

Presupunem că partea lineară a ecuaţiei precedente este bine definită (i.e. există o familie de evoluţie liniară continuă $\{U(t,s)\}_{t\geq s\geq 0}$ astfel încât pentru fiecare $s \in \mathbb{R}_+$ şi $x \in D(A(s))$, funcţia $x(t) = U(t,s)x$ este unica soluţie a ecuaţiei liniare corespunzătoare ce satisface $x(s) = x$).

Apoi, considerăm soluţia slabă a ecuaţiei semiliniare (definită pe un interval $[s, s+\delta), \delta > 0$) ca fiind soluţia ecuaţiei integrale

$$x(t) = U(t,s)x + \int_s^t U(t,\tau)f(\tau, x(\tau))d\tau \quad , \quad t \geq s \ ,$$

În plus, dacă presupunem de asemenea că funcţia neliniară $f(t,x)$ este continuă relativ la t şi x şi Lipschitz continuă relativ la x, uniform pentru $t \in \mathbb{R}_+$, şi $f(t,0) = 0$ pentru orice $t \in \mathbb{R}_+$), atunci putem genera o familie de evolutîe (ne)liniară $\{X(t,s)\}_{t\geq s\geq 0}$, în sensul că aplicaţia $t \mapsto X(t,s)x : [s,\infty) \to \mathbb{X}$ este unica soluţie a ecuaţiei integrale pentru fiecare $x \in \mathbb{X}$ şi $s \in \mathbb{R}_+$.

Considerând două spaţii Schäffer de funcţii cu valori vectoriale $E(\mathbb{R}_+, \mathbb{X})$, $F(\mathbb{R}_+, \mathbb{X})$ ce satisfac o condiţie tehnică foarte generală şi *operatorul lui Green* $(\mathbb{G}f)(t) = \int_0^t X(t,s)f(s)ds$ teorema principală a capitolului demonstrează că în anumite condiţii de "admisibilitate", soluţia slabă va avea o descreştere exponenţială. Clasa de spaţii de funcţii acoperită de această abordare este extrem de numeroasă, deoarece un spaţiu Schäffer de funcţii cu valori scalare este de fapt orice spaţiu Banach (inclus cu injecţie continuă în $L^1_{loc}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$), invariant la translaţiile la dreapta (de fapt translaţia la dreapta trebuie sa fie izometrie), ce are proprietatea de ideal. Exemplele de spaţii Schäffer sunt numeroase, orice spaţiu de

tip $L^p(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}), M^p(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}), p \geq 1$ (de fapt orice spaţiu Orlicz de funcţii cu valori scalare) fiind spaţiu Schäffer. De asemenea, definim spaţiul Schäffer de funcţii cu valori vectoriale $E(\mathbb{R}_+, \mathbb{X})$ ca fiind mulţimea tuturor funcţiile cu valori în $\mathbb{X}$, tare măsurabile, astfel încât aplicaţia $t \mapsto \|f(t)\|$ aparţine lui $E(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$.

Merită mentionat că deşi cazul autonom (i.e. ecuaţii de evoluţie invariante la timp) a fost mult mai studiat decât cazul neautonom, cel din urmă rezultă adesea în mod natural, nu doar în fizică şi mecanică, ci şi în teoria ecuaţiilor diferenţiale la liniarizarea ecuaţiilor autonome de-a lungul soluţiilor nestaţionare. Pentru cazuri particulare de ecuaţii de evoluţie autonome ce rezultă din liniarizarea de-a lungul unei varietăţi compacte invariante, s-a demonstrat (a se vedea de exemplu [122]) că se poate defini un cociclu peste un semiflux ce permite aplicarea metodelor clasice din teoria sistemelor dinamice la ecuaţiile dependente de timp.

În cel de-al treilea capitol, *Dichotomii exponenţiale ale ecuaţiilor variaţionale*, este studiată exsitenţa dichotomiilor exponenţiale pentru cocicli peste semifluxuri. Dichotomia exponenţială este unul din conceptele de bază ce rezultă din teoria sistemelor dinamice. Acest domeniu joacă de exemplu un rol central în teoria varietăţilor invariante pentru sisteme dinamice de tip Hadamard-Perron şi în multe aspecte ale teoriei stabilităţii. Dichotomia exponenţială are un rol chiar şi in contextul teoriei bifurcaţiilor. În acest context însă, dichotomia exponenţială este reprezentată de mai tânăra ei soră, trichotomia exponenţială. În particular, subiecte ca principiul reducerii şi teorema varietăţii centrale, robusteţea soluţiilor periodice şi varietăţile invariante, ca în situaţia Poincaré-Melnikov, au la bază teoria dichotomiilor exponenţiale.

Noţiunea de dichotomie exponenţială a ecuaţiilor diferenţiale liniare a fost introdusă de O. Perron [97]. Contribuţii importante la aceste probleme au fost realizate de J.L. Massera şi J.J. Schäffer [68], J.L. Daleckij şi M. G. Krein [26], W. A. Coppel [22], R.J. Sacker şi G.R. Sell, [120]. Nevoia de o nouă abordare provine din observaţia că pentru ecuaţii diferenţiale liniare dependente de timp cu operatori nemărginiţi $A(t)$, soluţiile, în general, fie nu pot fi extinse în sensul timpilor negativi, sau nu pot fi extinse în mod unic. Toate problemele de mai sus pot fi studiate în cadrul general al cociclilor peste semifluxuri.

În [122], R.J. Sacker şi G.R. Sell utilizează o noţiune de dichotomie exponenţială pentru cocicli peste semifluxuri cu restricţia ca spatîul instabil să fie de dimensiune finită şi subliniază o condiţie suficientă pentru existenţa unei dichotomii exponenţiale pentru cocicli peste semifluxuri. În acest capitol folosim conceptul de dichotomie exponenţială *fără trecut* pentru cocicli peste semifluxuri mai slabă decât conceptil folosit de Sacker-Sell. Definiţia noastră urmează parţial definiţia (dichotomiei exponenţiale) introdusă de S.N. Chow şi H. Leiva în [17] în sensul că nu presupunem *apriori* inversabilitatea cociclului pe subspaţiul instabil (de fapt, nu presupunem nici măcar invarianţa subspaţiului instabil). Continuăm abordarea iniţiată de O. Perron (aşa numita ”condiţie de admisibilitate” sau ”metoda funcţiilor test”) şi demonstrăm că admisibilitatea oricărei perechi de spaţii Sch*ă*ffer de funcţii cu valori vectoriale (ce satisfac o condiţie tehnică foarte generală) implică existenţa unei dichotomii exponenţiale (fără trecut). Astfel, rezultatele din acest capitol generalizează rezultate cunoscute ale lui O. Perron [97], J.L. Daleckij şi M. G. Krein [26], J. L. Massera şi J.J. Schäffer [68], N. van Minh, F. Räbiger şi R. Schnaubelt [82].

Scopul celui de-al patrulea capitol *Asupra stabilităţii contracţiilor exponenţiale neuniforme* este obţinerea de teoreme care să caracterizeze stabilitatea exponenţială neuniformă şi dichotomia exponenţială neuniformă a familiilor de evoluţie cu creştere exponenţial neuniformă (contracţii exponenţiale neuniforme ca în [9], i.e. există $M : [0, \infty) \to [1, \infty)$ astfel încât $\|\Phi(t, t_0)\| \leq M(t_0)e^{\omega(t-t_O)}$, pentru fiecare $t \geq t_0 \geq 0$).

În 1970, Richard Datko [27] a demonstrat că traiectoriile unui C_0-semigrup $\{T(t)\}_{t\geq 0}$ pe un spaţiu Hilbert $\mathbb{X}$, prezintă o descreştere exponenţială dacă şi numai dacă se găsesc în $L^2(\mathbb{R}_+, \mathbb{X})$, când încerca să extindă ecuaţia operatorială Liapunov la cazul sistemelor autonome $\dot{x} = Ax$ cu A nemărginit. Doi ani mai târziu, A. Pazy [96] demonstrează că rezultatul se păstrează dacă înlocuim $L^2(\mathbb{R}_+)$ cu $L^p(\mathbb{R}_+)$, unde $p \in [1, \infty)$. În timp ce demonstraţia lui Datko folosea ideea unei funcţionale Liapunov pe un spaţiu Hilbert, demonstraţia lui Pazy (cu mult mai facilă) foloseşte faptul că $\int_0^\infty \|T(t)x\|^2 \, dt$ determină o normă pe un spaţiu Banach şi prin urmare se poate folosi rezultate remarcabile în analiza funcţională, cum ar fi Teorema Graficului Închis.

În acelaşi an, Datko în [28], îşi extinde rezultatul la cazul liniar neautonom demonstrând că o familie de evoluţie $\{U(t, t_0)\}_{t\geq t_0\geq 0}$ (cu creştere exponenţială uniformă) este uniform exponenţial stabilă (i.e. există $N, \nu > 0$ astfel încât $\|U(t, t_0)\| \leq Ne^{-\nu(t-t_0)}$, pentru orice $t \geq t_0 \geq 0$) dacă şi numai dacă există $p \in [1, \infty)$ astfel încât $\sup\limits_{t_0\geq 0} \displaystyle\int_{t_0}^{\infty} \|U(t, t_0)x\|^p \, dt < \infty$ pentru fiecare $x \in \mathbb{X}$. De asemenea, rezultatul de mai sus al lui Datko pentru familii de evoluţie liniare cu doi parametri a fost îmbunătăţit de Rolewicz în 1986 (a se vedea [118]). O versiune discretă e teoremei lui Rolewicz a fost obţinută în 1974 de Zabczyk [140] pentru cazul particular al C_0-semigrupurilor. Recent, merită menţionat faptul că teorema Datko-Pazy a fost generlizată de van Neerven [89] în anii 90 pentru acelaşi caz particular al C_0-semigrupurilor.

În partea finala a tezei, autorul prezintă un Plan de Dezvoltare a Carierei ce conţine un sinopsis al domeniilor de cercetare unde autorului doreşte să-şi extindă contribuţia.

BIBLIOGRAFIE

[1] H. Amann, *Ordinary Differential Equations. An Introduction to Nonlineary Analysis*, de Gruyter Stud. Math., 13, de Gruyter (1990). (MR1071170)(91e:34001)

[2] H. Anzai, *Ergodic skew-product transformations on the torus*, Osaka Math. J., 3, (1951), 83-99.

[3] B. Aulbach, N. Van Minh, *Nonlinear semigroups and the existence and stability of solutions of semilinear nonautonomous evolution equations*, Abstract and Applied Analysis, 1 (1996), 351-380.

[4] E.A. Barbaşin, *Introduction dans la théorie de la stabilité (en russe)*, Izd. Nauka, Moskva, 1967.

[5] V. Barbu, *Nonlinear Semigroups and Differential Equations in Banach Spaces*, Noordhoff, Leyden, 1976.

[6] L. Barreira, Ya. Pesin, *Lyapunov Exponents and Smooth Ergodic Theory*, Univ. Lecture Set., vol. 23, Amer. Math. Soc., 2002

[7] L. Barreira, J. Schmeling, *Sets of "non typical" points have full topological entropy and ful Hausdorff dimension*, Israel J. Math., 116 (2000), 29-70

[8] L. Barreira, C. Valls, *Stability of Nonautonomous Differential Equations*, Lecture Notes in Math., vol. 1926, Springer, 2008

[9] L. Barreira, C. Valls, *Admissibility for nonuniform exponential contractions*, J. Differential Equations 249 (2010), 2889-2904

[10] L. Barreira, C. Valls, *Nonuniform exponential dichotomies and admissibility*, Discrete Contin. Dyn. Syst. 30 (1) (2011), 39-53

[11] P. Bates, C. Jones, *Invariant manifolds for semilinear partial differential equations*, Dyn. Rep., 2 (1989), 1-38.

[12] R. Bellman, *On the Application of a Banach-Steinhaus Theorem to the Study of the Boundedness of the Solutions of Nonlinear Differential Equations*, Ann. Math. (2) 49, (1948), 515-522.

[13] A. Ben-Artzi, I. Gohberg, *Dichotomies of systems and invertibility of linear ordinary differential operators*, Operator Theory Adv. Appl., 56 (1992), 90-119.

[14] A. Ben-Artzi, I. Gohberg, M.A. Kaashoek, *Invertibility and dichotomy of differential operators on the half-line*, J. Dynam. Diff. Eq., 5 (1993), 1-36.

[15] A. Bensoussan, J.-L. Lions, *Applications of Variational Inequalities in Stochastic Control*, North Holland, 1982.

[16] C. Chicone, Y. Latushkin, *Evolution semigroups in dynamical systems and differential equations*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 70, Providence, RO: American Mathematical Society, 1999.

[17] S.N. Chow and H. Leiva, *Two definitions of exponential dichotomy for skew-product semiflow in Banach spaces* , Proc. Amer. Math. Soc. 124 (1996), 1071-1081.

[18] S.N. Chow and H. Leiva, *Existence and roughness of the exponential dichotomy for linear skew-product semiflow in Banach space* , J. Differential Equations 120 (1995), 429-477. (MR1347351)(97a:34121)

[19] S. Clark, Y. Latushkin, S. Montgomery-Smith, T. Randolph, *Stability radius and internal versus external stability in Banach spaces: an evolution semigroup approach.* SIAM J. Control Optim. 38 (2000), 1757–1793.

[20] Ch.V. Coffman, J.J. Schäffer, *Dichotomies for linear difference equations*, Math. Ann. 172 (1967), 139-166.

[21] P. Constantin and C. Foias, *Navier-Stokes equations*, Chicago Lect. Math., U. of Chicago Press, Chicago, (1988).

[22] W.A. Coppel, *Dichotomies in Stability Theory*, Lect. Notes Math., vol. 629, Springer-Verlag, New York, (1978).

[23] M. G. Crandall, *Nonlinear semigroups and evolution equations governed by accretive operators*, Proc. Sympos. Pure Math.,# 45, Part 1, Amer. Math. Soc., (1986), 305-337.

[24] M. G. Crandall, T. M. Liggett, *Generation of nonlinear transformations on general Banach spaces*, Amer. J. Math. 93 (1971), 265-298.

[25] R. Curtain, A.J. Pritchard, *Infinite dimensional linear systems theory*, Lect. Notes Control Infor. Sci., vol 8, Springer-Verlag, New York, (1978).

[26] J.L Daleckij, M.G. Krein, *Stability of differential equations in Banach space*, Amer. Math. Scc, Providence, R.I. (1974).

[27] R. Datko, *Extending a theorem of Liapunov to Hilbert Spaces*, J. Math. Anal. Appl. 32 (1970) 610-616

[28] R. Datko, *Uniform asymptotic stability of evolutionary processes in a Banach space.* SIAM J. Math. Anal. 3 (1972), 428-445.

[29] D. Duffle, *Dynamic Asset Pricing Theory.* Princeton University Press, Princeton, 1996.

[30] K.J. Engel, R. Nagel (eds.), *One-parameter Semigroups of Linear Operators*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1184, Springer-Verlag, New York, 2000.

[31] H. Furstenberg, *The structure of distal flows*, Amer. J. Math., 85 (1963), 477-515.

[32] J.K. Hale, *Ordinary differential equations*, Wiley Intersci, New York, 1969

[33] J.K. Hale, *Asymptotic behavior of dissipative systems*, Math. Surveys Monographs, vol. 25, Amer. Mat. Soc., Providence, RI, 1988.

[34] J. Hale, L.T. Magalhaes, W.M. Oliva, *Dynamics in Infinite Dimensions*, Appl. Math. Sci. 47, Springer-Verlag, 2002.

[35] P. Hartman, *Ordinary Differential Equations*, Wiley, New York/London/Sidney, (1964).

[36] D. Henry, *Geometric theory of semilinear parabolic equations*, Springer-Verlag, New York, 1981.

[37] N. Hirsch, C. Pugh, M. Shub, *Invariant Manifolds*, Lect. Notes in Math., vol 183, Springer, New York, 1977.

[38] G. Huberman, Z. Wang, *Arbitrage Pricing Theory*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, 216, 2005, August

[39] N. T. Huy *Existence and robustness of exponential dichotomy of linear skew-product semiflows over semiflows*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 333 (2007), 731-752. (MR2331690) (2008e:37072)

[40] N.T. Huy, N. Van Minh, *Exponential dichotomy of difference equations and applications to evolution equations on the half-line*, Computers and Math. with Appl. 42 (2001), 301-311.

[41] N.T. Huy, N. Van Minh, *Characterizations of dichotomies of evolution equations on the half-line*, J. Math. Anal. Appl. 261 (2001), 28-44.

[42] N.T. Huy, *Exponentially dichotomous operators and exponential dichotomy of evolution operators on the half-line*, Integral Equations Operator Theory 48 (2004), 497-510.

[43] N.T. Huy, *Exponential dichotomy of evolution equations and admissibility of function spaces on a half-line*, J. Funct. Anal. 235 (2006), 330-354.

[44] N.T. Huy, *Stable manifolds for semi-linear evolution equations and admissibility of function spaces on a half-line*, J. Math. Anal. Appl. 354 (2009), 372-386.

[45] N.T. Huy, *Invariant manifolds of admissibile classes for semi-linear evolution equations*, J. Differential Equations 246 (2009), 1820-1844.

[46] N.T. Huy, H. Phi, *Discretized characterizations of exponential dichotomy of linear skew-product semiflows over semiflows*, J. Math. Ann. Appl., 362, no. 1 (2010), 46–57.

[47] A. Ichikawa, *Equivalence of L_p Stability and Exponential Stability for a Class of Nonlinear Semigroups* , Nonlinear Analysis Theory, Methods and Applications, Vol. 8,7 (1984), 805-815.

[48] T. Iwamiya, *Global existence of mild solutions to semilinear differential equations in Banach spaces*, Hiroshima Math. J. 16 (1986), 499-530.

[49] P. Jaillet, D. Lamberton, B. Lapeyre, *Variational inequalities and the pricing of American options*, Review of Futures Markets, 11, 1992, 72-80.

[50] I. Karatzas, S. Shreve, *Brownian Motion and Stochastic Calculus.* Springer-Verlag, New York, 1988.

[51] K.H. Karlsen, O. Wallin, *A Semilinear Equation For The American Option In A General Jump Market, Dept. Of Math./Cma Univ. of Oslo*, Pure Mathematics, 2008.

[52] H. Komatsu (ed.), *Functional Analysis and Related Topics*, 1991, Lecture Notes in Math., no. 1540, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1993.

[53] D.L. Kučer, *On some criteria for the boundedness of the solutions of a system of a differential equation*, Dokl. Akad. Nauk., S.S.S.R., 69 (1949), 603-606.

[54] J.P. La Salle, *The Stability and Control of Discrete Processes*, Springer-Verlag, Berlin, 1990.

[55] Y. Latushkin, S. Montgomery-Smith, *Evolutionary semigroups and Lyapunov theorems in Banach spaces*, J. Funct. Anal., 127 (1995), 173-197.

[56] Y. Latushkin, T. Randolph, *Dichotomy of differential equations on Banach spaces and an algebra of weighted composition operators*, Integral Equations Operator Theory, 23 (1995), 472-500.

[57] Y. Latushkin, T. Randolph, R. Schnaubelt, *Exponential dichotomy and mild solution of nonautonomous equations in Banach spaces*, J. Dynam. Differential Equations, 3 (1998), 489-510.

[58] Y. Latushkin and R. Schnaubelt, *Evolution semigroups, translation algebra and exponential dichotomy of cocycles*, J. Differential Equations 159 (1999), 321-369. (MR1730724)(2000k:47054)

[59] Y. Latushkin, A.M. Stepin, *Weightedtranslations operators and linear extentions of dynamical systems*, Russian Math. Surveys 46 (1991) 95-165

[60] B. M. Levitan, V. V. Zhikov, *Almost periodic functions and differential equations* , Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1982.

[61] T. Li, *Die Stabilitätsfrage bei Differenzegleichungen*, Acta Math., 63 (1934), 99–141.

[62] W. Littman, *A generalization of a theorem of Datko and Pazy*, Lecture Notes in Control and Information Science No. 120, Springer Verlag, 1989, 218-323

[63] D.L. Lovelady, *A sufficient condition for an exponential dichotomy*, Atti. Acad. Nat. Lincei Rend. Cl. Sc. Fis. Mat. Nat. 57, 6 (1974), 525-530.

[64] L.T. Magalhaes, *The spectrum of invariant sets for dissipative semiflows*, in Dynamics Of Infinite Dimensional Systems, NATO Adv. Sci. Inst. Ser. F: Comput. Systems Sci., vol. 37, Springer-Verlag, New York, 1987, 161–168.

[65] R. Mañé, *Lyapunov exponents and stable manifolds for compact transformations*, in "Geometric Dynamics, J. Palis (ed.)., Lecture Notes in Math., no. 1007, Springer-Verlag, New York, 1983, 522–577.

[66] R. Martin, *Nonlinear operators and differential equations in Banach spaces*, Wiley-Interscience, New York, 1976.

[67] J.L. Massera, J.J. Schäffer, *Linear differential equations and functional analysis*, I. Annals of Mathematics vol. 67, No. 3, 1958, 517-573

[68] J.L. Massera, J.J. Schäffer, *Linear Differential Equations and Function Spaces*, Academic Press, New York, 1966.

[69] M. Megan, P. Preda, *On exponential dichotomy in Banach spaces*, Bull. Austral. Math. Soc., 23 (1981), 293-306.

[70] M. Megan, P. Preda, *Admissibility and uniform dichotomy for evolutionary processes in Banach spaces*, Ricerche di Matematica, 37 (1988), 227-240.

[71] M. Megan, P. Preda, *Dichotomy for differential systems*, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roum., 39 (1996), 199-214.

[72] M. Megan, B. Sasu, A.L. Sasu, *Theorems of Perron type for evolution operators*, Rend. Mat. Appl., 21 (2001), 231-244.

[73] Megan, A.L. Sasu, B. Sasu, *Nonuniform exponential unstability of evolution operators in Banach spaces*, Glas. Mat. Ser. III, 36(56) (2001), 287-296.

[74] M. Megan, B. Sasu, A.L. Sasu, *On uniform exponential stability of evolution families*, Riv. Mat. Univ. Parma, (6)4 (2001), 27-43.

[75] M. Megan, B. Sasu, A.L. Sasu, *On nonuniform exponential dichotomy of evolution operators in Banach spaces*, Integral Equations Operator Theory 44 (2002), 71-78.

[76] M. Megan, A.L. Sasu, B. Sasu, *Perron conditions for uniform exponential expansiveness of linear skew-product flows*, Monatsh. Math., 138 (2003), 145-157.

[77] M. Megan, A.L. Sasu, B. Sasu, *Banach function spaces and exponential instability of evolution families*, Arch. Math. (Brno), 39 (2003), 277-286.

[78] M. Megan, A.L. Sasu, B. Sasu, *Discrete admissibility and exponential dichotomy for evolution families*, Discrete Contin. Dyn. Syst., 9 (2003), 383-397.

[79] M. Megan, A.L. Sasu, B. Sasu, *The Asymptotic Behaviour of Evolution Families*, Editura Mirton, Timişoara, 2003.

[80] M. Megan, B. Sasu, A.L. Sasu, *Exponential expansiveness and complete admissibility for evolution families*, Czechoslovak Math. J., 54(129) (2004), p. 739-749.

[81] N. Van Minh, G. N′guerekata, C. Preda,*On the asymptotic behavior of the solutions of semilinear nonautonomous equations*, Semigroup Forum, 87(1), (2013) 18-34

[82] N. Van Minh, F. Räbiger, R. Schnaubelt, *Exponential stability, exponential expansiveness and exponential dichotomy of evolution equations on the half-line*, Int. Eq. Op. Theory, 32 (1998), 332-353.

[83] N. Van Minh, *Semigroups and stability of nonautonomous differential equations in Banach spaces*. Trans. Amer. Math. Soc. 345 (1994), 223–241.

[84] N. Van Minh, *On the proof of characterizations of the exponential dichotomy*, Proc. Amer. Math. Soc., 127 (1999), 779-782.

[85] N. Van Minh, J. Wu, *Invariant manifolds of partial functional differential equations*, J. Diff. Eq. 198 (2004) 381-421.

[86] S. Murakami, T. Naito, N. Van Minh, *Evolution semigroups and sums of commuting operators: A new approach to the admissibility theory of function spaces*, J. Differential Equations, 164 (2000), 240-285.

[87] R. Nagel *One-parameter semigroups of Positive Operators*, Lect. Notes in Math., 1184, Springer - Verlag (1986) (MR0839450)(88i:47022)

[88] T. Naito and N. Van Minh, *Evolutions semigroups and spectral criteria for almost periodic solutions of periodic evolution equations*, Journal of Differential Equations, 152 (1999), 358-376.

[89] J.M.A.M. van Neerven, *The Asymptotic Behaviour of Semigroups of Linear Operators Operator Theory: Advances and Applications*, Vol. 88, Birkhäuser Verlag, Basel, 1996.

[90] S. Oharu and T. Takahashi, *Locally Lipschitz continuous perturbations of linear dissipative operators and nonlinear semigroups*, Proc. Amer. Math. Soc. 100 (1987), 187-194.

[91] S. Oharu and T. Takahashi, *Characterization of nonlinear semigroups associated with semilinear evolution equations*, Trans. Amer. Math. Soc. 311 (1989), 593-619.

[92] V. Pata, *A remark on the decay of strongly continuous semigroups of bounded linear operators*, Lombardo di Scienze e Lettere A 131 (1997), 143-149.

[93] N.H. Pavel, *Nonlinear Evolution Operators and Semigroups. Applications to Partial Differential Equations*, Lecture Notes in Math., no. 1260, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1987.

[94] W. Parry, P. Walters, *Minimal skew-product homeomorphisms and coalescence*, Compositio Math., 22 (1970), 283-288.

[95] A. Pazy, *On the applicability of Lyapunov's theorem in Hilbert space*, SIAM J. Math. Anal 01/1972; 3:291-294. DOI: 10.1137/0503028.

[96] A. Pazy, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983.

[97] O. Perron, *Die stabilitätsfrage bei differentialgeighungen*, Math. Z., 32 (1930), 703-728.

[98] V.A. Pliss, G.R. Sell, *Robustness of Exponential Dichotomies in Infinite-Dimensional Dynamical Systems* , Journal of Dynamics and Differential Equations 11, no. 3 (1999), 471-513.

[99] V.A. Pliss, G.R. Sell, *Perturbations of normally hyperbolic manifolds with applications to the Navier-Stokes equation*, J. Diff. Eqns 169 (2001), 396-492. (MR1808472)(2002a:37113)

[100] N.N. Popescu, P. Preda, *Necessary and Sufficient Conditions for Exponential Dichotomies in Banach Spaces*, An. Univ. Timişoara, seria St. Matematice, vol XVIII, fasc. 2, 1980, 131-153

[101] C. Preda, *A generalisation of a theorem of O. Perron for semilinear evolution equations*, Mathematical Proceedings Of The Cambridge Philosophical Society, 160(3), (2016), 379-399

[102] P. Preda, M. Megan, *Exponential dichotomy of evolutionary processes in Banach Spaces*, Czechoslovak Math. Journal, 35, 110, (1985), 312-323.

[103] P. Preda, A. Pogan, C. Preda, *On the Perron Problem for the Exponential Dichotomy of C_0-semigroups*, Acta Mathematicae Universitae Comenianae, vol. 72, no.2 (2003), 207-212.

[104] P. Preda, A. Pogan, C. Preda, (L^p, L^q)*-Admissibility and Exponential Dichotomy of Evolutionary Processes on the Half-Line*, Integral Equations and Operator Theory, 49 (2004), 405-418.

[105] P. Preda, A. Pogan, and C. Preda, (L^p, L^q)*-admissibility and exponential dichotomy of the evolutionary processes of the half-line*, Integr. Equ. Oper. Theory, 49, (2004), 405–418.

[106] P. Preda, A. Pogan, C. Preda, *Schäffer spaces and uniform exponential stability of linear skew-product semiflows*, Journal of Differential Equations, 212 (2005), 191-207.

[107] P. Preda, A. Pogan, C. Preda, *Schäffer spaces and exponential dichotomy for evolutionary processes*, Journal of Differential Equations 230 (2006), 378-391.

[108] C. Preda, *A discrete Perron-Ta Li type theorem for the dichotomy of evolution operators*, J. Math. Anal. Appl., 332, no. 1 (2007), 727–734.

[109] C. Preda, P. Preda, A. Petre, *On the asymptotic behavior of an exponentially bounded, strongly continuous cocycle over a semiflow*, Commun. Pure Appl. Anal. 8 (2009) 1637-1645

[110] C. Preda, P. Preda, A. Crăciunescu, *Criterions for detecting the existence of the exponential dichotomies in the asymptotic behavior of solutions of variational equations*, J. Funct. Anal, 258 (2010), 729-757

[111] C. Preda, P. Preda, A. Crăciunescu, *A version of a theorem of R. Datko for nonuniform exponential contractions*, J. Math. Anal. Appl., 385, 572-581, 2012

[112] C. Preda, P. Preda, F. Bătăran, *An extension of a theorem of R. Datko to the case of (non)uniform exponential stability of linear skew-product semiflows*, J. Math. Anal. Appl. 425, No. 2 (2015), 1148-1154.

[113] R. Rau, *Hyperbolic evolution groups and dichotomic of evolution families*, J. Dynam. Diff. Eqns, 6 (1994), 107-118.

[114] F. Räbiger, R. Schnaubelt, *The spectral mapping theorem for evolution semigroups on spaces of vector valuated functions*, Semigroup Forum 48 (1996), 225-239.

[115] F. Räbiger, R. Schnaubelt, *Absorption evolution families with applications to nonautonomuous diffusion processes*, Tubingen Berichte zur Functionalanalysis 5 (1995/1996), 334-335.

[116] G. Raugel and G. Sell, *Navier-Stokes equations on thin 3D domains. I: global attractors and global regularity of solutions*, J. Amer. Math. Soc., vol. 6, (1993), 503-568.

[117] M. Reghiş, *Espaces de Schäffer et dichotomie non uniforme*, J. An. Univ. Timişoara, Ser. Sti. Mat. 9 (1971), 175-186.

[118] S. Rolewicz, *On uniform N-Equistability*, J. Math. An. and Appl., 115, 434-441, 1986

[119] R.J. Sacker, G.R. Sell, *A spectral theory for linear differential systems*, J. Diff. Eqns 27 (1978), 330-358. (MR0501182)(58#18604)

[120] R.J. Sacker, G.R. Sell, *Existence of dichotomies and invariant splitting for linear differential systems I, II, III*, J. Diff. Eqns 15 (1974), 429-458, 22 (1976), 478-496, 497-525.

[121] R.J. Sacker, G.R. Sell, *The spectrum of invariant manifold*, J. Diff. Eqns 38 (1980), 135-160. (MR0597797)(82h:58040)

[122] R. Sacker, G. Sell, *Dichotomies for linear evolutionary equations in Banach spaces*, Journal of Differential Equations 113 (1994), 17-67.

[123] I. Segal, *Non-linear semi-groups*, Ann. Math., 78 (1963), 339–364.

[124] Sell G.R., You Y., Dynamics of Evolutionary Equations, Appl. Math. Sci., vol. 143, Springer-Verlag, New York, 2002

[125] R. Schnaubelt, *Sufficient conditions for exponential stability and dichotomy of evolution equations*, Forum Mat., 11 (1999), 543-566.

[126] R. Schnaubelt, *Asymptotically autonomous parabolic evolution equations*, J. Evol. Eqs., 1 (2001), 19-37.

[127] A.L. Sasu, *$(L^p; L^q)$-complete admissibility and exponential expansiveness of linear skew-product flows*, Mathematica, 48 (2006), 69-76.

[128] A.L. Sasu, B. Sasu, *Integral equations, dichotomy of evolution families on the half-line and applications*, Integr. equ. oper. theory, 66 (2010), 113-140.

[129] B. Sasu, *Perron conditions for exponential expansiveness of oneparameter semigroups*, Le Matem. (Catania), 58 (2003), 101-115.

[130] B. Sasu, *Uniform dichotomy and exponential dichotomy of evolution families on the half-line*, J. Math. Anal. Appl., 323 (2006), 1465-1478.

[131] B. Sasu, *New criteria for exponential expansiveness of variational difference equations*, J. Math. Anal. Appl., 327 (2007), 287-297.

[132] B. Sasu, *Integral conditions for exponential dichotomy: a nonlinear approach*, Bull. Sci. Math., 134 (2010), 235-246.

[133] G. Seifert, *On a converse result for Perron's theorem for asymptotic stability for nonlinear differential equations*, Proc. Amer. Math. Soc., 99, no. 4, (1987), 733-736, (MR0597797)(82h:58040).

[134] G.R. Sell, *Nonautonomous differential equations and topological dynamics I, II*, Trans. Amer. Math. Soc., 127 (1967), 241-262, 263-283.

[135] G.R. Sell, Y. You, *Dynamics of Evolutionary Equations*, Appl. Math. Sci., vol. 143, Springer-Verlag, New York, 2002

[136] K.V. Storozhuk *On the Rolewicz theorem for evolution operators*, Proc. Amer. Math. Soc, Vol 135, No. 6 (2007), 1861-1863.

[137] R. Temam, *Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, Springer-Verlag, New York, (1997).

[138] G. F. Webb, *Continuous nonlinear perturbations of linear accretive operators in Banach spaces*, J. Func. Anal. 10 (1972), 191-203.

[139] A.C. Zaanen, *Integration*, North-Holland, Amsterdam 1967.

[140] J. Zabczyk, *Remarks on the control of discrete-time distributed parameter systems*, SIAM J. Control Optim., 12 (1974), 721-735.